

DOI: 10.7652/xjtuxb201607011

具有循环对称特点的耦合结构振动特性分析

蔺彦虎, 赵宁, 彭艳军

(西北工业大学机电学院, 710072, 西安)

摘要: 利用一些循环对称结构件经耦合后仍呈现循环对称的特点进行耦合结构的振动特性分析, 以节约计算时间和计算资源。应用 Weierstrass-Mandelbrot 分型模型结合赫兹接触理论求解了耦合结构接触面的切、法向刚度, 再用商业有限元软件导出了各结构件的刚度及质量矩阵, 并通过扩充来组装耦合扇区的刚度矩阵; 应用弹簧元模拟了接触面的切、法向刚度; 对耦合结构施加复约束条件, 用 MATLAB 开发出利用结构单扇区求解耦合结构振动特性的计算流程。将该流程应用于航空弧齿锥齿轮-阻尼碗耦合结构振动特性的求解, 并与耦合结构的整体有限元模型计算结果进行了对比, 结果表明: 开发的计算流程在保证准确性的前提下, 可以高效率地完成结构振动特性分析, 计算误差控制在 1% 之内, 运算时间节省了 67% 以上, 同时可以有效节约存储资源。另外, 通过对航空锥齿轮-附加阻尼碗的振动特性分析得知, 该耦合结构增加了以阻尼碗振动为主振型的特征频率, 在后续的结构减振或频响计算时应引起足够重视。

关键词: 耦合结构; 循环对称结构; 振动; 特征值; 复约束

中图分类号: TH113 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2016)07-0068-07

Study on the Eigenvalue Problems of a Coupled Structure with Cyclic Symmetric Features

LIN Yanhu, ZHAO Ning, PENG Yanjun

(School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Considerable amount of time and computing resources will be saved when the cyclic symmetric features are considered in the solution of eigenvalue problems if the components still have cyclic symmetric features after they were coupled. In this study, tangential and normal contact stiffness was solved by combining the Weierstrass-Mandelbrot (W-M) fractal geometry model and Herz contact theory. Then, the stiffness and mass matrices of each component were obtained by commercial finite element software, the total stiffness and mass matrices of the coupled structure were assembled by enlarging the obtained matrices, and the spring elements were used to simulate the contact stiffness of the coupled structure. The complex constraint condition was applied to the coupled structure, and the program for solving the eigenvalue problems by using only one sector model was developed with the software MATLAB. The program was used to analyze the eigenvector problem of a coupled aircraft spiral bevel gear-damper bowl structure, and the results were verified by the overall finite element model of the coupled structure. It is shown that the developed program could deal with the eigenvector problems with high efficiency and enough accuracy. The relative error was less than 1%, and

收稿日期: 2015-11-01。 作者简介: 蔺彦虎(1983—),男,博士生;赵宁(通信作者),男,教授。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51075328)。

网络出版时间: 2016-04-28

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20160428.2222.004.html>

67% of computation time was saved, meanwhile, the memory resource was also saved. In addition, it is shown that the eigenvalues were obtained, accompanied with the eigenvectors revealing the vibration of the damper bowl. So sufficient attention should be paid in the following calculation including frequency response or vibration alleviation.

Keywords: coupled structure; cyclic symmetric structure; vibration; eigenvalue problem; complex constraint

旋转结构通常具有循环对称的特点。为防止旋转结构件在工作中出现大振动而导致疲劳破坏,一个有效的做法是在该旋转结构件上安装附加结构件^[1]。附加结构件一般对原结构产生2种作用:①调频作用;②应用结合面间的干摩擦提供阻尼效应。附加结构件的结构一般较为简单,也呈现出循环对称的特点。因此,一般的结构体-附加结构件耦合结构仍具有循环对称特征,如航空篦齿封严结构与阻尼衬套(片)^[2],航空发动机叶片与减振阻尼楔块,以及薄壁齿轮与阻尼环、阻尼碗等。附加结构件有可能对原结构的振动形式产生一定影响,因此,对耦合结构进行振动特性分析是附加阻尼件减振的基本工作。

单个循环对称结构的振动特性求解技术^[3-5]已经较为成熟,大型商业有限元软件(如 ANSYS、Abaqus 等)均将该技术嵌入其求解程序,用户只需定义单扇区模型及其主、从界面即可完成整个结构的振动特性求解^[6]。然而,对于呈现循环对称特点的耦合结构件的振动特性分析,上述软件却无法应用单扇区给出相应的解。针对此类问题的相关文献目前较为鲜见。文献[2]分析了装有减振衬套的航空篦齿封严结构的振动特性,但该分析是应用整体有限元模型进行求解的。

本文应用 Weierstrass-Mandelbrot (W-M) 分形模型结合赫兹接触理论确定了耦合界面的切、法向接触刚度;应用 Abaqus 导出了结构及附加件扇区的刚度矩阵和阻尼矩阵,并对结构扇区的刚度及质量矩阵进行了扩维,将附加结构扇区的刚度及质量矩阵装入扩维矩阵,用弹簧元耦合了扇区的切、法向刚度;应用复约束法求解了组合结构的振动特性。最后以航空锥齿轮-附加阻尼碗为例进行了求解,并通过对比求解齿轮-阻尼碗整体模型验证了本文提出的求解流程的有效性以及对求解资源的节约。

1 耦合刚度计算

1.1 W-M 分形模型

分形几何可以描述不同长度范围的表面几何粗

糙特征,从而形成一种描述粗糙度的方法^[7-8]。表面粗糙度可用 W-M 分形函数^[7-9]来表示

$$z(x) = L \left(\frac{G}{L} \right)^{D-1} (\ln \gamma)^{1/2} \sum_{n=0}^{n_{\max}} \left\{ \gamma^{(D-2)n} \cdot \left[\cos \phi_{1,n} - \cos \left(\frac{2\pi \gamma^n x}{L} - \phi_{1,n} \right) \right] \right\} \quad (1)$$

式中: z 为表面形貌高度; x 为横向距离; G 为分形粗糙度参数,该参数独立于频率密度,表示对表面高度的缩放; D 为分形维数($1 < D < 2$); $\phi_{1,n}$ 为随机相位; γ 为缩放参数,决定分形密度和自仿射特征($\gamma > 1$),控制表面形貌的频率密度,文献[8]推荐取 $\gamma = 1.5$; L 为几何形体表面长度。图1所示为不同分形维数的物体表面形貌特征。

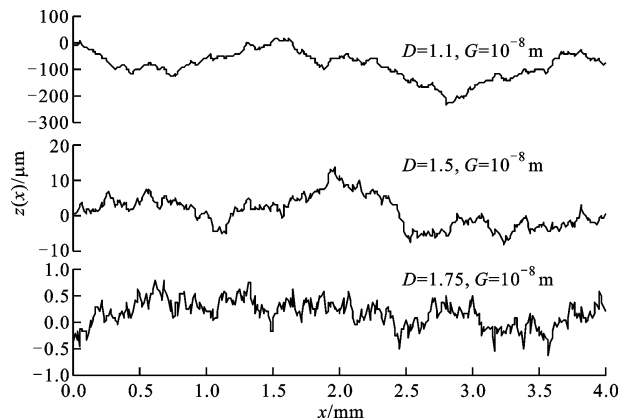


图1 不同分形维数的分形表面轮廓

宏观平坦的2个平面接触时,实际接触面积只占名义接触面积的一小部分。微观上认为接触是一个面上的一系列微小凸起与另外一个面上的微小凸起的相互抵触作用。可将2个接触面等效为一个理想光滑平面与另一个分布有微凸起的面。该简化等效模型的当量弹性模量可表示为

$$E^* = [(1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2]^{-1} \quad (2)$$

式中: E_1 、 E_2 分别表示两接触物体的弹性模量; ν_1 、 ν_2 分别表示2个接触物体的泊松比。

最大微凸起的接触面积 a'_L 与法向载荷的关系^[8]可写为

$$P = \frac{2^{(9-2D)/2} DE^* G^{(D-1)} (\ln \gamma)^{1/2} (a'_L)^{D/2}}{3(3-2D)\pi^{(3-D)/2}}.$$

$$((a'_L)^{3/2-D} - (a'_c)^{3/2-D}) + \frac{HD}{2-D} (a'_L)^{D/2} (a'_c)^{(2-D)/2} \quad (3)$$

式中: a'_c 为临界微接触面积; H 表示较软材料的硬度。当微接触面积 $a' > a'_c$ 时,接触面凸起属于弹性变形状态;当 $a' \leq a'_c$ 时,属于塑性变形状态。

$$a'_c = \left[\frac{2^{7-2D} \pi^{D-1} G^{2D-2} (E^*/H)^2 \ln \gamma}{9\pi^2/2} \right]^{1/(D-1)} \quad (4)$$

1.2 切、法向耦合刚度的求解

微接触面积 a' 的统计学分布^[9]为

$$n(a') = \frac{D}{2} (a'_L)^{D/2} (a')^{-(D+2)/2} \quad (5)$$

接触刚度由接触面间一系列微小凸起的弹-塑性变形引起。图2为一微凸起模型,模型假设所有相接触的凸起在接触区域为不同半径的球形^[7-9]。图2中, r 为微接触面真实接触半径,可由 $a = \pi r^2$ 计算得出, a 为实际接触面积,即球形微凸起经接触压缩后的接触面积。对于一个圆形弹性微接触, $a' = 2a$ ^[8-9],所以有 $a' = 2\pi r^2$ 。

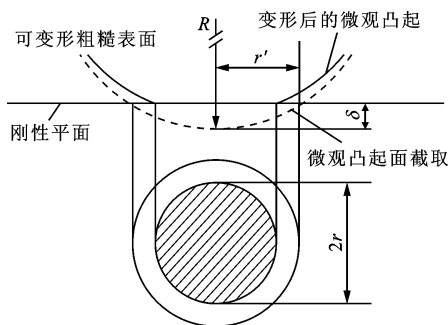


图2 接触微观等效模型

若不计滑移产生的结构拓扑变形,在接触面有相对滑移的情况下,仍认为接触区域为圆形。压缩截面高度 δ 由W-M函数确定^[8,10]

$$\delta = 2G^{D-1} (\ln \gamma)^{1/2} (2r')^{2-D} \quad (6)$$

粗糙面上球形微凸起的半径 R 可表示为 $R^2 = (R - \delta)^2 + (r')^2$,由于粗糙面的曲率半径要远大于压缩截面高度 δ ,因此有 $(r')^2 = 2R\delta$ 。根据赫兹接触理论,微凸起的法向弹性变形力

$$F(\delta) = 4E^* r^3 / 3R \quad (7)$$

单一微接触对的法向接触刚度 k_n 可写为

$$k_n = dF/d\delta \quad (8)$$

将式(6)、式(7)代入式(8),法向接触刚度可写为

$$k_n = \frac{4E^*}{3\pi^{1/2}} \left(\frac{3-D}{2-D} \right) a^{1/2} \quad (9)$$

根据Mindlin理论,切向刚度可写为

$$k_T = 4G^* r / (2 - \nu^*) \quad (10)$$

式中: G^* 为材料的剪切模量; ν^* 为泊松比。

由以上各式,整体模型的接触刚度^[9]可写为

$$K_n = \int_{a'_c}^{a'_L} k_n n(a') da' = \frac{4D(3-D)}{3 \times (2\pi)^{1/2} (2-D)(D-1)} \cdot E^* ((a'_L)^{D/2} (a'_c)^{1/2-D/2} - (a'_L)^{1/2}) \quad (11)$$

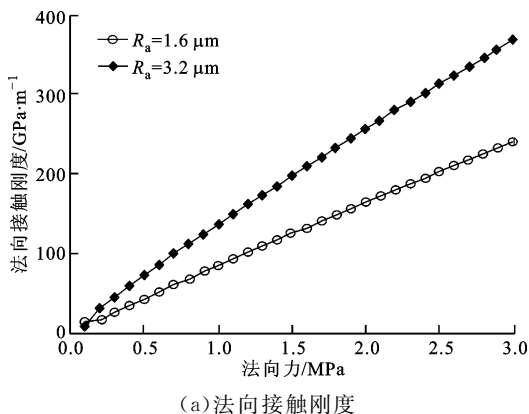
整体模型的切向接触刚度可写为

$$K_T = \int_{a'_c}^{a'_L} k_T n(a') da' = \frac{4D(1-\nu)}{(2\pi)^{1/2} (2-\nu^*)(D-1)} \cdot E^* ((a'_L)^{D/2} (a'_c)^{1/2-D/2} - (a'_L)^{1/2}) \quad (12)$$

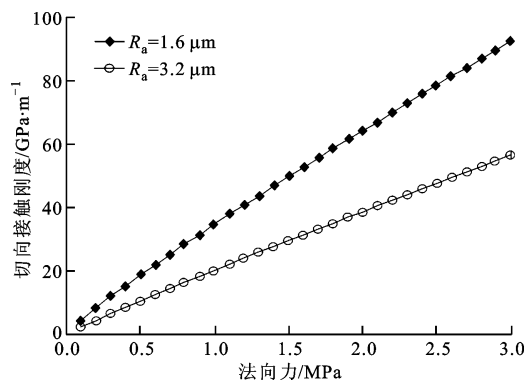
由式(11)、式(12),每一个接触点对的接触刚度可用如下公式计算

$$k_{ni} = a_i K_n; \quad k_{ti} = a_i K_T \quad (13)$$

式中: k_{ni} 、 k_{ti} 分别表示第 i 个接触点对的法向接触刚度和切向接触刚度; a_i 为第 i 个接触点对的接触面积。图3所示为不同粗糙度下的切、法向接触刚度值。



(a) 法向接触刚度



(b) 切向接触刚度

图3 接触刚度与法向力的关系

2 求解扇区结构振动的复约束法^[4-5]

循环对称结构的单扇区有限元模型节点的位移可表示为

$$\mathbf{U}_n = [\mathbf{U}_{n,1}^T \quad \mathbf{U}_{n,i}^T \quad \mathbf{U}_{n,r}^T]^T \quad (14)$$

式中: $\mathbf{U}_{n,1}^T$ 、 $\mathbf{U}_{n,i}^T$ 和 $\mathbf{U}_{n,r}^T$ 分别表示循环对称扇区的左侧

(主面)、右侧(从面)对应节点及扇区内部节点的位移向量。结构振动时,基本扇区与下一扇区将呈现相同的振动形态,但存在一个相位差 μ ,可写为

$$\mu = 2n\pi/N \quad (15)$$

式中: n 为节径数; N 为组成循环对称结构的扇区数。需要注意的是,在结构扇区有限元模型中,位于扇区一侧的节点属于该扇区,而位于另一侧的节点属于相邻扇区,所以通常将有限元扇区模型称为扩充扇区。依据波动理论,扇区一侧的节点位移可由另一侧的节点位移表示,即

$$U_{n,l} = e^{i\mu} U_{n,r} \quad (16)$$

式(16)即为复约束条件,其中 i 为复数中的虚数单位, $i^2 = -1$ 。将式(16)代入式(14),得

$$U_n = T \hat{U}_n = \begin{bmatrix} I_{n_l} & 0_{n_i} \\ 0_{n_l} & I_{n_i} \\ e^{i\mu} I_{n_l} & 0_{n_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{n,l} \\ U_{n,i} \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中: $\hat{U}_n$ 为参考扇区节点位移; I 为单位矩阵; 0 为 0 矩阵;下角标 n_l, n_i 表示扇区侧面和内部的自由度。扇区的振动方程可写为

$$\hat{K}_n \hat{U}_n - \hat{M}_n \hat{U}_n \omega^2 = 0 \quad (18)$$

式中: $\hat{K}_n = T^T K_n T$, $\hat{M}_n = T^T M_n T$, K_n 和 M_n 分别为有限元扇区模型的刚度矩阵及质量矩阵。这样,循环对称结构的振动特性可写为

$$U = e_{N,n} \otimes \hat{U}_n \quad (19)$$

式中: U 为整个循环对称结构的振动位移向量; $e_{N,n} = [1 \quad e^{2in\pi/N} \quad e^{4in\pi/N} \quad \dots \quad e^{2(N-1)in\pi/N}]^T$; $\otimes$ 为克罗内克乘积符号。由式(19)可知,整个循环对称结构的振动特性可通过参考扇区的振动位移 $\hat{U}_n$ 来表示。例如,当 $e_{N,n}$ 中的 $n=0$ 时,结构其他扇区的振动位移与参考扇区相同,即结构将作零节径振动,当 $n=2$ 时,与参考扇区相邻的扇区振动将滞后于参考扇区 $e^{2 \times 2in\pi/N} = e^{4in\pi/N}$ 相位,结构将作二节径振动。

3 耦合结构振动特性求解方法

3.1 扇区有限元刚度矩阵及质量矩阵的获取

可通过修改 Abaqus 的 inp 文件进行结构扇区刚度矩阵及质量矩阵的导出操作。用文本工具打开扇区模型的 inp 文件,在最后添加如下代码命令:

```
* step
* matrix generate, stiffness, mass
* matrix output, stiffness, mass
* end step
```

代码第 2 行指令用于生成刚度及质量矩阵,第

3 行指令将这 2 个矩阵导出。返回 Abaqus 建立新作业,在 source 项中选择上述修改后的 inp 文件,提交后 Abaqus 将在工作目录生成 2 个 .mtx 文件,分别代表刚度阵和质量阵^[6]。该 .mtx 文件包含 5 个列向量,第 1、3 列表示节点号,第 2、4 列为第 1、3 列的节点号对应的自由度,第 5 列表示其对应的刚度值。应用 MATLAB 编写代码,将导出文件转化为方阵或其稀疏格式。整理后的刚度阵是一个三角阵,这是因为刚度矩阵是对称的。质量矩阵是维数为自由度 3 倍的对角矩阵。

3.2 节点寻找和归类

需要找到 3 类节点:①扇区主面节点和与其对应的从面节点;②结构件与附加件结合部位的对应耦合节点;③求解时被约束的节点。Abaqus 的 inp 文件中包含节点位置信息,使节点寻找和归类变为可能。下列伪代码表示对节点的寻找和归类:

```
1  导入 .inp 文件,将节点坐标系转化至柱坐标,形成矩阵 C;
2  依据周向、径向、轴向顺序对节点进行排列;
3  jj=1;kk=1;ll=1;mm=1;
4  for ii=节点 1:最大节点
5      if 节点周向位置-最小周向值<=tol
6          left(jj,1)=C(ii,1);jj=jj+1;
7          %left 为扇区主面节点集
8      if 节点周向位置-最大周向值<=tol
9          right(kk,1)=C(ii,1);kk=kk+1;
10         %right 为从面节点集
11     if 节点径向位置-轴孔半径<=tol
12         n_bot(ll,1)=C(ii,1);ll=ll+1;
13         %n_bot 为齿轮内径节点集
14     if 节点轴向位置-耦合点轴向位置<=tol && 节点径向位置-耦合点径向位置<=tol
15         cont(mm,1)=C(ii,1);mm=mm+1;
16         %cont 为耦合节点集
17 end
```

在上面的伪代码中:矩阵 C 为 inp 文件中节点信息转换至柱坐标系后的节点信息表;%后为注释部分;左端数字为指令序号;第 3 条指令为各类节点的数目标识;第 4~12 条为节点的寻找和归类,其中第 5~8 条为扇区主、从界面节点寻找及存储,第 9、10 条为约束节点寻找及存储,第 11、12 条为耦合节点的寻找及存储。

3.3 矩阵组装及耦合刚度模拟

将组装后的耦合结构矩阵定义为 2×2 块矩阵, 其中将结构扇区刚度矩阵记为 $\mathbf{K}_{11}$, 附加件扇区刚度矩阵记为 $\mathbf{K}_{22}$, $\mathbf{K}_{12}$ 和 $\mathbf{K}_{21}$ 为两者间的耦合。用空间弹簧元模拟的耦合刚度, 本质上是在 2 个对应节点相应方向上的非零刚度系数。图 4 为装配了弹簧元的扇区扩充刚度阵图, 2 个扇区只在耦合节点处存在刚度耦合, 其他节点处无耦合, 应补 0。耦合节点对通过节点位置信息获得(见 3.2 节), 按式(13)赋值。

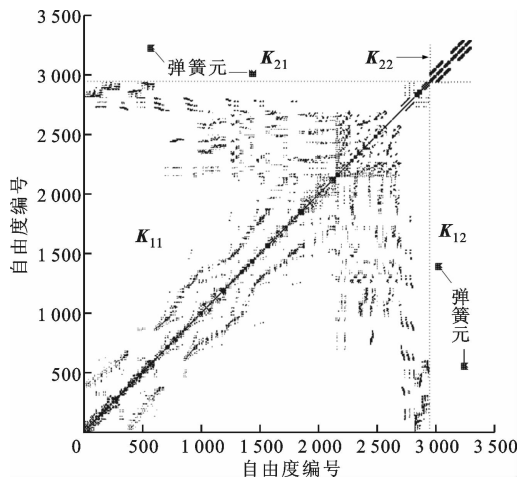


图4 扇区扩充刚度矩阵和弹簧元组装

由于质量间没有耦合关系, 故只需对质量矩阵进行扩维, 装入附加件扇区质量即可。

3.4 在主、从对称面上添加复约束

循环对称结构的刚度矩阵和质量矩阵在每个扇区建立的各自独立的坐标系下才具备块循环特性, 而有限元软件是在整体直角坐标系下导出刚度阵和质量阵的。扩充扇区的从面节点属于下个扇区, 所以要对与从面节点相关的刚度阵做变换。扩充扇区主面上的任意结点 i 的位移 z_i 与从面上对应的结点 j 的位移 z_j 之间应满足如下循环对称条件

$$z_j = \mathbf{T}_o z_i = \begin{bmatrix} \cos\mu & -\sin\mu & 0 \\ \sin\mu & \cos\mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_x \\ z_y \\ z_z \end{bmatrix} \quad (20)$$

式中: $\mathbf{T}_o$ 为结点循环对称变换矩阵; μ 为每个轮齿所对应的圆心角, $\mu = 2\pi/N$ 。上式是以 z 轴为轴向的, 若结构的轴向不同, 变换矩阵也需要相应调整。子结构 1 的一般有限元特征值方程为

$$\mathbf{K}_1 \mathbf{Z}_1 = \lambda \mathbf{M}_1 \mathbf{Z}_1 \quad (21)$$

式中: $\mathbf{Z}_1 = \{\mathbf{Y}_1 \ \mathbf{Y}_2 \ \cdots \ \mathbf{Y}_p\}$; $\mathbf{K}_1$ 和 $\mathbf{M}_1$ 为扩充子结构 1 的 $3p \times 3p$ 阶实对称刚度阵和质量阵, p 为耦合扇区结点总数。设 j 为从面上的节点, 将式(20)应用

于从面节点, 即将式(21)中子刚度阵和子质量阵的第 j 列右乘 $\mathbf{T}_o$ 。为保持刚度阵和质量阵的对称性, 同时对式(21)中子刚度阵和子质量阵的第 j 行左乘 $\mathbf{T}_o^T$ 。 j 值取遍从面上的所有节点, 包括衬套对应的节点。

由式(16)、式(17)和式(20)、式(21)可知, 要建立基本扇区的复约束特征值方程(18), 只需建立扩充扇形子结构的有限元模型, 引入主、从面节点循环对称条件, 组装扩充扇形子结构的刚度阵和质量阵。复约束刚度阵和质量阵^[4-5]可写为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{K}_p &= \mathbf{K}_{11}^{(1)} + \mathbf{K}_{22}^{(1)} + \mathbf{K}_{12} e^{i\mu} + \mathbf{K}_{12}^T e^{-i\mu} \\ \mathbf{M}_p &= \mathbf{M}_{11}^{(1)} + \mathbf{M}_{22}^{(1)} + \mathbf{M}_{12} e^{i\mu} + \mathbf{M}_{12}^T e^{-i\mu} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

式中: $\mathbf{K}_{11}^{(1)}$ 表示基本扇区节点间的相互作用; $\mathbf{K}_{22}^{(1)}$ 表示扩充面上节点间的相互作用; $\mathbf{K}_{12}$ 表示基本扇区节点与扩充扇区从面节点间的相互作用。各矩阵均为 $3 \times m$ 阶矩阵, m 为经耦合后扇区节点总数与耦合扇区一个侧面上的节点数之差, 类似于循环对称结构基本扇区的节点数。当 $\mathbf{K}_p$ 和 $\mathbf{M}_p$ 准备好后, 即可求解式(18), 获取其特征值和特征向量。

4 求解实例

以弧齿锥齿轮-阻尼碗耦合结构为例, 根据上述方法, 应用 MATLAB 程序计算其振动特性。图 5 为该耦合结构的装配关系: 阻尼碗扣于锥齿轮背锥上, 调节圆螺母和垫片为背锥提供不同的接触力。齿轮扇区有限元模型(包含垫片扇区)共有 919 个节点, 652 个块单元, 如图 6 所示。阻尼碗扇区有限元模型含 189 个节点, 80 个块单元, 耦合后的扇区模型包含 18 个弹簧元。阻尼碗用锰钢制作, 厚度为 1.5 mm, 弹性模量 $E = 210 \text{ GPa}$, 泊松比 $\nu = 0.27$ 。表 1 中的第 3 列为计算结果。

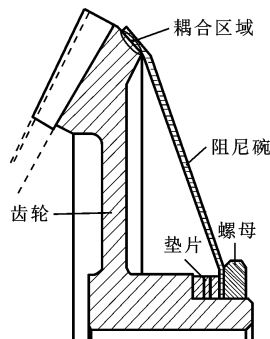


图5 弧齿锥齿轮-阻尼碗装配示意图

整体齿轮模型含 59 齿, 54 221 个节点, 38 468 个块单元; 阻尼碗有 7 434 个节点, 4 720 个块单元; 耦合模型含 1 062 个弹簧元。用 Python 编写命令

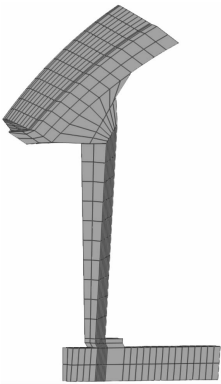


图 6 齿轮扇区有限元模型

流将弹簧元添加至耦合位置,用 Abaqus 求解整体模型,结果列于表 1 的第 4 列。由于振型的正交性,零节径之外的振型应成对出现。由于网格及约束处理方式不同,在整体模型求解出的节径振型中,同一振型对应的共振频率有微小偏差(16 Hz 以内),计算误差时取其平均值。由表 1 可见,特征频率误差基本控制在 1% 内,说明本文提出的方法可以较好地模拟循环对称耦合结构的振动特性。

表 1 2 种模型计算的特征频率对照表

阶次	振型代号	特征频率/Hz		误差/%
		扇区模型	整体模型	
1	1-1	240	239	0.42
2	1-2	240	241	0.42
3	0-1	376	380	1.06
4	2-1	969	960	0.46
5	2-2	969	965	0.46
6	0-2	1 622	1 632	0.62
7	3-1	2 697	2 701	0.19
8	3-2	2 697	2 691	0.19
9	1-3	3 081	3 072	0.29
10	1-4	3 081	3 089	0.29
11	0-3	3 562	3 569	0.20
12	2-1(碗)	4 099	4 093	0.22
13	2-2(碗)	4 099	4 087	0.22
14	2-3	4 296	4 320	0.58
15	2-4	4 296	4 322	0.58
16	4-1	4 498	4 507	0.29
17	4-2	4 498	4 515	0.29
18	1-1(碗)	4 525	4 500	0.19
19	1-2(碗)	4 525	4 532	0.19
20	3-1(碗)	4 661	4 666	0.11
21	3-2(碗)	4 661	4 669	0.11

Abaqus 求解整体模型耗时 152 s,应用本文建立的扇区耦合模型求解程序(MATLAB 编写)耗时 49 s,节省了约 67% 的求解时间,如果模型的扇区数量更多,则获益将更大。

在表 2 的第 2 列中,振型代号短横线前的数字表示节径数,后面的数字表示对应的振型阶数;“碗”字表示该频率对应的振型以阻尼碗振动为主。图 7 为对应于表 2 中第 12、13 阶频率的振型,呈现出以阻尼碗振动为主的二节径振动。

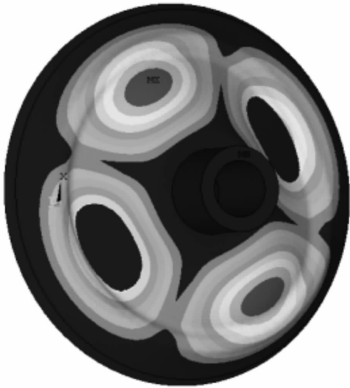


图 7 以阻尼碗振动为主的二节径振动

5 结 论

(1)应用 W-M 分形模型结合赫兹接触理论和 Mindlin 理论,确定了耦合界面接触刚度;根据结构耦合后仍然呈现循环对称这一特点,用 MATLAB 开发出了利用结构单扇区求解耦合结构振动特性的计算流程。将该流程应用于弧齿锥齿轮-阻尼碗耦合结构,并将所得的结果与耦合结构的整体有限元模型计算结果进行了对比,发现计算误差基本都控制在 1% 之内,说明本文算法可以较好地模拟循环对称耦合结构的振动特性。同时,本文算法可以有效地节省存储资源和计算时间,算例的求解时间由 Abaqus 的 152 s 缩短为 49 s,节省了约 67%。

(2)与阻尼环、阻尼衬套等较小附加件^[2]不同,阻尼碗面积较大,且改变了齿轮的空间拓扑,因而振动分析结果增加了以阻尼碗振动为主的振型,在后续结构减振计算中应该注意到这一点。

参考文献:

[1] 晏砺堂,朱梓根,李其汉,等. 高速旋转机械振动[M]. 北京:国防工业出版社,1994: 105-106.
[2] 曾亮,李琳. 具有接触结合面的篦齿封严组件振动特性分析[J]. 航空动力学报,2006, 21(5): 855-861.
ZENG Liang, LI Lin. Vibration performance of con-

- tact system of labyrinth assembly [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2006, 21(5): 855-861.
- [3] THOMAS D L. Dynamics of rotationally periodic structures [J]. *Int J Num Meth Engrg*, 1979, 14(1): 81-102.
- [4] RAMAMURTI V, BALASUBRAMANIAN P. Static analysis of circumferentially periodic structures with Potter's scheme [J]. *Computers & Structures*, 1986, 22(3): 427-431.
- [5] BALASUBRAMANIAN P, RAMAMURTI V. Free-vibration analysis of cyclic symmetric structures [J]. *Comm in Appl Num Meth*, 1991, 7(1): 131-139.
- [6] Hibbitt, Karlsson and Sorensen, Inc. Abaqus 6.12 analysis user's manual 2012: vol. 2 [M]. Pawtucket, USA: Abaqus Inc. Dassault Systems, 2012: 939-945.
- [7] MAJUMDAR A, TIEN C L. Fractal characterization and simulation of rough surfaces [J]. *Wear*, 1990, 136(2): 313-327.
- [8] YAN W, KOMVOPOULOS K. Contact analysis of elastic-plastic fractal surfaces [J]. *J Appl Phys*, 1998, 84(7): 3617-3624.
- [9] JIANG S, ZHENG Y, ZHU H. A contact stiffness model of machined plane joint based on fractal theory [J]. *J Tribol*, 2010, 132: 011401.
- [10] LIU Yalin, SHANGGUAN Bo, XU Zili. A friction contact stiffness model of fractal geometry in forced response analysis of a shrouded blade [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2012, 70(3): 2247-2257.

(编辑 葛赵青)

(上接第44页)

- YAO Xuan, SHEN Bin, ZHENG Peng. Characteristics of urea hydrolysis equipment for flue gas denitration [J]. *Proceeding of the CSEE*, 2013, 33(14): 38-43.
- [13] 许越. 化学反应动力学 [M]. 北京: 化学工业出版社, 2004: 12-16.
- [14] SAHU J N, MAHALIK K K, PATWARDHAN A V, et al. Equilibrium studies on hydrolysis of urea in a semi-batch reactor for production of ammonia to reduce hazardous pollutants from flue gases [J]. *Journal of Hazardous Materials*, 2009, 164(2): 659-664.
- [15] 刘杨先, 潘剑锋, 刘勇. UV/H₂O₂ 氧化联合 CaO 吸收脱除 NO 的传质-反应动力学 [J]. *化工学报*, 2013, 64(3): 1062-1068.
- LIU Yangxian, PAN Jianfeng, LIU Yong. Mass transfer-reaction kinetics for NO removal by combination process of UV/H₂O₂ oxidation and CaO absorption [J]. *CIESC Journal*, 2013, 64(3): 1062-1068.
- [16] 丁红蕾. 氨基湿法烟气脱硫的机理及工业试验研究 [D]. 杭州: 浙江大学, 2010.
- [17] 魏顺安, 杨楠, 付雪梅, 等. 尿素溶液分离体系的汽液平衡 [J]. *化学工程*, 2011, 39(11): 83-87.
- WEI Shun'an, YANG Nan, FU Xuemei, et al. Vapor-liquid equilibrium of urea solution separation system [J]. *Chemical Engineering*, 2011, 39(11): 83-87.
- [18] RAHIMPUR M R. A non-ideal rate-based model for industrial urea thermal hydrolyser [J]. *Chem Eng Process*, 2004, 43(10): 1229-1307.
- [19] 中国石化集团上海工程有限公司. 化工工艺设计手册 [M]. 北京: 化学工业出版社, 2003: 6-10.
- [20] 高光华, 童景山. 化工热力学 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2007: 30-36.

[本刊相关文献链接]

- 朱爱斌, 何胜利, 邹超, 等. 考虑接触刚度的含间隙铰接副动态磨损分析. 2016, 50(5): 12-18. [doi:10.7652/jxtxb201605002]
- 夏凯, 孙岩桦, 洪德江, 等. 轴向拉紧的圆弧端齿轴段扭转特性研究. 2016, 50(5): 51-56. [doi:10.7652/jxtxb201605008]
- 章云, 梅雪松. 机床柔性主轴转子低速无试重动平衡方法研究. 2016, 50(4): 89-93. [doi:10.7652/jxtxb201604014]
- 姚翠萍, 周湘连, 王晶, 等. 纳米金标记细胞的荧光寿命成像及其三维重建. 2016, 50(4): 153-158. [doi:10.7652/jxtxb201604023]
- 张家旭, 李静. 采用自适应无迹卡尔曼滤波器的车速和路面附着系数估计. 2016, 50(3): 68-75. [doi:10.7652/jxtxb201603011]
- 严惠云, 师义民, 苏剑, 等. 色噪声激励下非线性随机经济周期模型及其稳定性分析. 2016, 50(3): 141-145. [doi:10.7652/jxtxb201603022]
- 严惠云, 张浩磊, 刘小民. 一种仿生鱼体自主游动的水动力学特性分析. 2016, 50(2): 138-144. [doi:10.7652/jxtxb201602023]
- 陈江城, 张小栋, 李睿, 等. 利用表面肌电信号的下肢动态关节力矩预测模型. 2015, 49(12): 26-33. [doi:10.7652/jxtxb201512005]
- 杨诏, 李祥晟. 高压环境下高炉煤气化学反应机理敏感性分析及机理简化. 2015, 49(11): 39-43. [doi:10.7652/jxtxb201511007]

(编辑 赵炜 荆树蓉)